

1 以下の問いに答えよ。

- (1) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき, $\sin x - x \leq 0$ が成り立つことを示せ。
- (2) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき, $\sin x - x + ax^3 \geq 0$ が成り立つような正の数 a を 1 つ定めよ。
- (3) $0 < |x| \leq \frac{\pi}{2}$ のとき,

$$\left| \frac{\sin x}{x} - 1 \right| \leq ax^2$$

が成り立つことを示せ。ただし, a は (2) で定めた値とする。

- (4) 曲線 $y = \sin x$ と直線 $y = x$ および $x = \frac{\pi}{2}$ で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。