

5 数直線上に2点 X_1, X_2 を取り、それぞれの座標を a_1 および a_2 とする。ただし、 $0 < a_1 < a_2$ とする。線分 X_1X_2 を $s : 1 - s$ に内分する点を X_3 、線分 X_2X_3 を $s : 1 - s$ に内分する点を X_4 、同様に自然数 k に対して線分 X_kX_{k+1} を $s : 1 - s$ に内分する点を X_{k+2} とする。ただし、 $0 < s < 1$ とする。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 2点 X_{2n-1}, X_{2n} の座標を並べてベクトル $\begin{pmatrix} a_{2n-1} \\ a_{2n} \end{pmatrix}$ で表し、

$$\begin{pmatrix} a_{2n+1} \\ a_{2n+2} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a_{2n-1} \\ a_{2n} \end{pmatrix}$$

と書くとき、行列 A を s を用いて表せ。ただし、 n は自然数である。

(2) 行列 P を

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ s-1 & 1 \end{pmatrix}$$

とし、行列 B を $B = P^{-1}AP$ とする。行列 B を求めよ。

(3) 座標 a_{2n+1} および a_{2n+2} を n, s, a_1, a_2 を用いて表せ。

(4) 点 X_k の座標 a_k の極限 $\lim_{k \rightarrow \infty} a_k$ を求めよ。