

2 一辺の長さが1の正方形 $OABC$ を底面とし、点 P を頂点とする四角錐 $POABC$ がある。ただし、点 P は内積に関する条件 $\vec{OA} \cdot \vec{OP} = \frac{1}{4}$ 、および $\vec{OC} \cdot \vec{OP} = \frac{1}{2}$ をみたす。辺 AP を $2:1$ に内分する点を M とし、辺 CP の中点を N とする。さらに、点 P と直線 BC 上の点 Q を通る直線 PQ は、平面 OMN に垂直であるとする。このとき、長さの比 $BQ:QC$ 、および線分 OP の長さを求めよ。