1　C_1，C_2 をそれぞれ次式で与えられる放物線の一部分とする。

$$C_1 : y = -x^2 + 2x, \quad 0 \leqq x \leqq 2$$

$$C_2 : y = -x^2 - 2x, \quad -2 \leqq x \leqq 0$$

また，a を実数とし，直線 $y = a(x+4)$ を l とする。

(1)　直線 l と C_1 が異なる 2 つの共有点をもつための a の値の範囲を求めよ。

以下，a が (1) の条件を満たすとする。このとき，l と C_1 で囲まれた領域の面積を S_1，x 軸と C_2 で囲まれた領域で l の下側にある部分の面積を S_2 とする。

(2)　S_1 を a を用いて表せ。

(3)　$S_1 = S_2$ を満たす実数 a が $0 < a < \dfrac{1}{5}$ の範囲に存在することを示せ。