

1 座標平面において、 $x$  軸上に 3 点  $(0, 0)$ ,  $(\alpha, 0)$ ,  $(\beta, 0)$  ( $0 < \alpha < \beta$ ) があり、曲線  $C: y = x^3 + ax^2 + bx$  が  $x$  軸とこの 3 点で交わっているものとする。ただし、 $a, b$  は実数である。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 曲線  $C$  と  $x$  軸で囲まれた 2 つの部分の面積の和を  $S$  とする。 $S$  を  $\alpha$  と  $\beta$  の式で表せ。

(2)  $\beta$  の値を固定して、 $0 < \alpha < \beta$  の範囲で  $\alpha$  を動かすとき、 $S$  を最小とする  $\alpha$  を  $\beta$  の式で表せ。