

4 r を正の実数とする。半径がそれぞれ $r, 2r, 3r$ の 3 つの球 C_1, C_2, C_3 と、これらすべてに接する平面 α がある。ただし、3 つの球はすべて平面 α の同じ側で接しているものとする。すなわち、3 つの球のそれぞれの中心を結ぶ線分は、いずれも平面 α と交わらないものとする。3 つの球 C_1, C_2, C_3 と平面との接点をそれぞれ P_1, P_2, P_3 とする。空間において、基点 O を定め、 $\overrightarrow{OP_1} = \vec{p}$, $\overrightarrow{OP_2} = \vec{p} + \vec{a}$, $\overrightarrow{OP_3} = \vec{p} + \vec{b}$ とすると、 $|\vec{a}| = 3r$, $|\vec{b}| = 4r$ であり、 \vec{a} と \vec{b} のなす角は 60° である。以下の問いに答えよ。

- (1) 点 Q を平面 α 上にある点とする。球 C_2 の中心と点 Q との距離を d_1 , 球 C_3 の中心と点 Q との距離を d_2 とする。このとき、 $\vec{d}_1 + \vec{d}_2$ を最小にする点 Q の位置ベクトル \overrightarrow{OQ} を、 \vec{a} , \vec{b} , \vec{p} を用いて表せ。
- (2) 3 つの球 C_1, C_2, C_3 の中心を通る平面 β と、平面 α との交線を l とする。 l を \vec{a} , \vec{b} , \vec{p} と媒介変数 t を用いて媒介変数表示せよ。
- (3) 点 R を直線 l 上にある点とする。球 C_2 の中心と点 R との距離を最小にする点 R の位置ベクトル \overrightarrow{OR} を、 \vec{a} , \vec{b} , \vec{p} を用いて表せ。