

5 c を正の実数として、点 $(-1, 1, c)$ を通りベクトル $(7, 4, 2)$ に平行な直線を考える。

- (1) この直線上に中心をもち、 xy 平面、 yz 平面、 zx 平面すべてに接する球が存在するような c の値が二つあることを示せ。さらに、それぞれの c について、このような球が一つずつあることを示せ。
- (2) (1) で求めた二つの球の中心を通る直線を l とし、直線 l に垂直で原点を通る平面を α とする。直線 l と平面 α を、それぞれ式で表せ。
- (3) (1) で求めた二つの球のうち、半径の大きな方の球を S 、もう一方の球を S' とする。球 S は平面 α と交わらないことを示せ。
- (4) 球 S を、その中心が直線 l 上を動くように平面 α に向かって移動させる。球 S が平面 α に初めて接するまでの中心の移動距離を求めよ。
- (5) (4) の移動前の球 S と球 S' が内接する円錐の頂点を P とし、移動後の球 S と球 S' が内接する円錐の頂点を Q とするとき、 P と Q の距離を求めよ。