

## 2 自然数 $n$ に対して定まる関数

$$f_n(x) = 1 - \sqrt{5} |\sin(2n\pi x)|$$

について、以下の問いに答えよ。

- (1) 任意の実数  $x$  に対して  $f_n(x) = f_n\left(x + \frac{k}{2n}\right)$  ( $k = 1, 2, \dots, 2n$ ) が成り立つことを示せ。
- (2) 区間  $\left(\frac{k-1}{2n}, \frac{k}{2n}\right)$  ( $k = 1, 2, \dots, 2n$ ) において  $f_n(x) = 0$  は相異なる 2 つの解を持つことを示せ。
- (3) 区間  $[0, 1]$  における方程式  $f_n(x) = 0$  のすべての解の和を  $S_n$  とおくと、極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n}$  を求めよ。