

3 実数  $a$  は  $a > 1$  とする。曲線  $y = e^x$  と直線  $y = a - 1$ , 直線  $y = a$  および  $y$  軸で囲まれた部分を  $y$  軸の周りに一回転させて得られる立体の体積を  $V(a)$  とする。以下の問いに答えよ。

(1)  $V(a)$  を求めよ。

(2)  $V(a)$  を最小とする  $a$  の値を求めよ。

(3) 次の極限を求めよ。

$$\lim_{a \rightarrow \infty} (V(a) - V(a - 1))$$

必要ならば,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$  を証明なしで用いてよい。