4　定積分について述べた次の文章を読んで，後の問いに答えよ。

区間 $a \leqq x \leqq b$ で連続な関数 $f(x)$ に対して，$F'(x) = f(x)$ となる関数 $F(x)$ を 1 つ選び，$f(x)$ の a から b までの定積分を

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) \quad \cdots\cdots ①$$

で定義する。定積分の値は $F(x)$ の選び方によらずに定まる。定積分は次の性質 (A), (B)，(C) をもつ。

(A)　$\displaystyle\int_a^b \{kf(x) + lg(x)\}dx = k\int_a^b f(x)dx + l\int_a^b g(x)dx$

(B)　$a \leqq c \leqq b$ のとき，$\displaystyle\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx$

(C)　区間 $a \leqq x \leqq b$ において $g(x) \geqq h(x)$ ならば，$\displaystyle\int_a^b g(x)dx \geqq \int_a^b h(x)dx$

ただし，$f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ は区間 $a \leqq x \leqq b$ で連続な関数，k, l は定数である。

以下，$f(x)$ を区間 $0 \leqq x \leqq 1$ で連続な増加関数とし，n を自然数とする。
<u>定積分の性質　[　ア　]　を用い，定数関数に対する定積分の計算を行う</u>と，

$$\frac{1}{n}f\left(\frac{i-1}{n}\right) \leqq \int_{\frac{i-1}{n}}^{\frac{i}{n}} f(x)dx \leqq \frac{1}{n}f\left(\frac{i}{n}\right) \quad (i = 1,\, 2,\, \cdots,\, n) \quad \cdots\cdots ②$$

が成り立つことがわかる。$S_n = \displaystyle\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f\left(\frac{i-1}{n}\right)$ とおくと，不等式②と定積分の性質 [　イ　]　より次の不等式が成り立つ。

$$0 \leqq \int_0^1 f(x)dx - S_n \leqq \frac{f(1) - f(0)}{n} \quad \cdots\cdots ③$$

よって，はさみうちの原理より $\displaystyle\lim_{n\to\infty} S_n = \int_0^1 f(x)dx$ が成り立つ。

(1)　関数 $F(x)$, $G(x)$ が微分可能であるとき,

$$\{F(x)+G(x)\}'=F'(x)+G'(x)$$

が成り立つことを，導関数の定義に従って示せ。また，この等式と定積分の定義①を用いて，定積分の性質 (A) で $k=l=1$ とした場合の等式

$$\int_a^b\{f(x)+g(x)\}dx=\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx$$

を示せ。

(2)　定積分の定義①と平均値の定理を用いて，次を示せ。

$a<b$ のとき，区間 $a \leqq x \leqq b$ において $g(x)>0$ ならば，$\displaystyle\int_a^b g(x)dx>0$

(3)　(A)，(B)，(C) のうち，空欄　[　ア　]　に入る記号として最もふさわしいものを1つ選び答えよ。また文章中の下線部の内容を詳しく説明することで，不等式②を示せ。

(4)　(A)，(B)，(C) のうち，空欄　[　イ　]　に入る記号として最もふさわしいものを1つ選び答えよ。また，不等式③を示せ。