

1 座標平面上の点  $A(0, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(1, 1)$ ,  $D(1, 0)$  を考える。実数  $0 < t < 1$  に対して, 線分  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  を  $t : (1 - t)$  に内分する点をそれぞれ  $P_t$ ,  $Q_t$ ,  $R_t$  とし, 線分  $P_tQ_t$ ,  $Q_tR_t$  を  $t : (1 - t)$  に内分する点をそれぞれ  $S_t$ ,  $T_t$  とする。さらに, 線分  $S_tT_t$  を  $t : (1 - t)$  に内分する点を  $U_t$  とする。また, 点  $A$  を  $U_0$ , 点  $D$  を  $U_1$  とする。

- (1) 点  $U_t$  の座標を求めよ。
- (2)  $t$  が  $0 \leq t \leq 1$  の範囲を動くときに点  $U_t$  が描く曲線と, 線分  $AD$  で囲まれた部分の面積を求めよ。
- (3)  $a$  を  $0 < a < 1$  を満たす実数とする。 $t$  が  $0 \leq t \leq a$  の範囲を動くときに点  $U_t$  が描く曲線の長さを,  $a$  の多項式の形で求めよ。