

1 実数 x に対して, x 以下の整数のうちで最大のものを $[x]$ と書くことにする. $c > 1$ として, $a_n = \frac{[nc]}{3}$ ($n = 1, 2, \dots$) とおく. 以下の (1), (2), (3) を証明せよ.

- (1) すべての n に対して, $[a_n]$ は n または $n - 1$ に等しい.
- (2) c が有理数のときは, $[a_n] = n$ となる n が存在する.
- (3) c が無理数のときは, すべての n に対して $[a_n] = n - 1$ となる.