

3 直線  $x = 0$ ,  $x = a$  ( $a > 0$ ) の上にそれぞれ点  $M$  と  $N$  を, 線分  $MN$  が 2 次曲線  $C: y = ax - x^2$  と 2 点  $P, Q$  で交わるようにとる. 図形  $S_1, S_2, S_3$  を次のように定める.

$S_1$ :  $P, M$ , 原点  $O$  を頂点とし,  $y$  軸, 曲線  $C$ , 線分  $MP$  で囲まれる図形

$S_2$ : 弧  $PQ$  と線分  $PQ$  で囲まれる図形

$S_3$ :  $Q, N, A(a, 0)$  を頂点とし  $x = a$ , 曲線  $C$ , 線分  $NQ$  で囲まれる図形

いま,  $S_2$  の面積が  $S_1$  と  $S_3$  の面積の和に等しいとする.

- (1) 線分  $MN$  は定点を通ることを示せ.
- (2) 線分  $PQ$  の長さが最小となるとき,  $M, N$  を通る直線の方程式を求めよ.