

2 円 $C_1 : x^2 + y^2 = 1$ を考える。実数 p, q が $p^2 + q^2 > 1$ を満たすとき、点 $P(p, q)$ から C_1 に引いた 2 本の接線 l_1, l_2 の接点をそれぞれ $Q_1(x_1, y_1), Q_2(x_2, y_2)$ とする。また、座標平面上の原点を $O(0, 0)$ とする。

(1) 直線 l_1, l_2 、線分 OQ_1, OQ_2 で囲まれた四角形の面積 S を p, q を用いて表せ。

(2) 点 P が楕円

$$C_2 : \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$$

の上を動くとき、(1) の四角形の面積 S の最大値と最小値を求めよ。