

1 α, r を $\alpha > 1, r > 1$ を満たす実数とする。数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = \alpha$ で公比が r の等比数列とする。数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = \log_{a_n}(a_{n+1}) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。

(1) b_n を n と $\log_{\alpha} r$ を用いて表せ。

(2) 等式

$$b_n = \frac{n+2}{n+1}$$

がすべての自然数 n について成り立つための必要十分条件を r と α を用いて表せ。

(3) (2) の条件が成り立つとき、積 $a_1 a_2, a_1 a_2 a_3, a_1 a_2 a_3 a_4$ の整数部分がそれぞれ 2 桁, 3 桁, 4 桁になるような α の範囲を求めよ。