

2  $A$  を 2 次の正方行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix}$  (ただし,  $bc \neq 0$ ),  $k$  を実数とする. 行列

$X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & -x \end{pmatrix}$  について等式  $XA - AX = kA$ .....(\*) を考える. ただし, 行列の成分は, すべて実数とする.

(1)  $k = 0$  のとき, (\*) を満たす  $X$  は  $A$  の実数倍であることを示せ.

(2)  $k \neq 0$  のとき, (\*) を満たす  $X$  が存在するための必要十分条件は  $A^2 = O$  (ただし,  $O$  は零行列) であることを示せ. このとき, (\*) を満たす  $X$  で  $z = c$  であるものを求めよ.