

5 自然数 n に対して $a_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x)^{2n} dx$ とおく．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) a_1 を求めよ．

(2) a_{n+1} を a_n で表せ．

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ．

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k+1}}{2k-1}$ を求めよ．