

4 $0 \leq x \leq 1$ に対して $f(x) = \int_0^1 e^{-|t-x|} t(1-t) dt$ と定める．ただし， $e = 2.718\ldots$ は自然対数の底である．

(1) 不定積分 $I_1 = \int e e^t dt$, $I_2 = \int t^2 e^t dt$ を求めよ．

(2) $f(x)$ を x の指数関数と多項式を用いて表せ．

(3) $f(x)$ は $x = \frac{1}{2}$ で極大となることを示せ．