

1 方程式  $x^2 + x + 1 = 0$  の 1 根を  $\omega$  とし, 集合  $R = \{p + q\omega \mid p, q \text{ は整数}\}$  を考える.  
 $R$  の要素  $\alpha = p + q\omega$  ( $p, q$  は整数) に対して  $N(\alpha) = N(p + q\omega) = p^2 + q^2 - pq$  と定める.

- (1)  $\alpha, \beta$  を  $R$  の要素とすると,  $N(\alpha\beta) - N(\alpha)N(\beta)$  を求めよ.
- (2)  $R$  の要素  $\alpha$  が  $N(\alpha) = 1$  を満たすという.  $\alpha$  を求めよ.
- (3)  $R$  の要素  $\alpha$  の逆数  $\frac{1}{\alpha}$  がまた  $R$  の要素であるという.  $\alpha$  を求めよ.