

5 $f(x)$ は $x \geq 0$ で正の値をとる連続関数で、次の関係式 $\int_0^x f(t)dt = x\sqrt{f(x)}$ を満たすものとする。

(1) $f(0)$ を求めよ。

(2) $g(x) = \sqrt{f(x)}$ とおく。 $x > 0$ で $g(x)$ の満たす微分方程式を求めよ。

(3) $f(1) = \frac{1}{2}$ を満たす $f(x)$ を求めよ。