

2 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ a & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ およびベクトル $\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ について, 次の問に答えよ. ただし, ベクトル \vec{v} , \vec{w} の内積を $\vec{v} \cdot \vec{w}$ で表す.

- (1) 任意の実数 x, y に対して $A\vec{u} \cdot A\vec{u} \geq AB\vec{u} \cdot \vec{u}$ が成立するように, 実数 a の値を定めよ.
- (2) (1) で定まった行列 A に対して, \vec{u} が $x^2 + y^2 = 1$ を満たしながら変化するとき, $A\vec{u} \cdot \vec{u}$ の最大値および最小値を求めよ.