

4 n を正の整数, a を正の実数とし, 関数 $f(x)$ と $g(x)$ を次のように定める。

$$f(x) = n \log x, \quad g(x) = ax^n$$

また, 曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = g(x)$ が共有点をもち, その共有点における 2 つの曲線の接線が一致しているとする。このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) a の値を求めよ。
- (2) この 2 つの曲線と x 軸で囲まれた部分の面積 S_n を求めよ。
- (3) (2) で求めた S_n に対し, 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ。