

6  $a$  を実数とし, 点  $(1, -1)$  を点  $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$  に, 点  $(1, 1)$  を点  $(2a - \sqrt{2}, 2\sqrt{2} - 2a)$  に移す 1 次変換を  $f$  とする. さらに, 直線  $l: x + y = 1$  上の点  $P_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を次のように帰納的に定める.

(i) 点  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$  を  $P_1$  とする.

(ii)  $P_n$  を  $f$  で移した点を  $P_n'$  とし, 原点  $O$  と  $P_n'$  を通る直線が  $l$  と交わる点を  $P_{n+1}$  とする.

このとき

(1)  $|\overrightarrow{P_n P_{n+1}}|$  を  $a$  と  $n$  で表せ.

(2)  $|\overrightarrow{P_1 P_8}| = \frac{635}{\sqrt{2}}$  となるような  $a$  の値を求めよ.