

3 原点を O とする空間に 3 点 $A(a, 0, 0)$, $B(0, b, 0)$, $C(0, 0, c)$ をとり, 四面体 $OABC$ を考える. ただし, $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ とする.

(1) 3 点 A, B, C を通る平面の方程式, および, 原点とこの平面との距離 h を a, b, c で表せ.

(2) $\triangle ABC$ の面積を a, b, c で表せ.

(3) $\triangle ABC, \triangle OAB, \triangle OBC, \triangle OCA$ の面積をそれぞれ S_0, S_1, S_2, S_3 とし, 各三角形の単位法線ベクトルで四面体 $OABC$ の内部から外に向かうものを, $\vec{u}_0, \vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$ とする. ベクトル

$$S_0\vec{u}_0 + S_1\vec{u}_1 + S_2\vec{u}_2 + S_3\vec{u}_3$$

を求めよ.