

2 以下の問いに答えよ．ただし， m, n, N は正の整数である．

(1) 次式を証明せよ．

$$\int_0^{\pi} \sin mx \sin nx dx = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & (m = n) \\ 0 & (m \neq n) \end{cases}$$

(2) 次式を証明せよ．

$$\int_0^{\pi} x \sin mx dx = (-1)^{m+1} \frac{\pi}{m}$$

(3) 領域 $0 \leq x \leq \pi$ において，曲線

$$y = |x - a_1 \sin x - a_2 \sin 2x - \cdots - a_N \sin Nx|$$

と x 軸で囲まれた領域を x 軸周りに 1 回転してできる立体の体積を最小にする係

数 a_1, a_2, \cdots, a_N の値を求めよ．