

4 円周上に n 個の異なる点 a_1, a_2, \dots, a_n をとり, これら n 個の点を要素とする集合を U とする (ただし, $n \leq 4$). U 内のすべての異なる 2 点間に線分を引くものとする. 各線分を各々独立に, 赤, 青, 黄のいずれかに等確率で着色する. つぎの (1) ~ (6) の各問に答えよ.

- (1) 上記の線分の数求めよ.
- (2) すべての線分が同一色で着色されている確率求めよ.

いま事象 A_1, A_2, A_3, A_4 を

A_1 : $\{a_1, a_2, a_3\}$ 内の任意の 2 点を結ぶ線分のすべてが, 同一色で着色されている

A_2 : $\{a_2, a_3, a_4\}$ 内の任意の 2 点を結ぶ線分のすべてが, 同一色で着色されている

A_3 : $\{a_3, a_4, a_1\}$ 内の任意の 2 点を結ぶ線分のすべてが, 同一色で着色されている

A_4 : $\{a_4, a_1, a_2\}$ 内の任意の 2 点を結ぶ線分のすべてが, 同一色で着色されている

とする.

また事象 B を

B : $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ 内のどの 3 個の点を選んでも, それらを結んでいる線分の色は 2 色以上である

とする.

- (3) 事象 A_1 の起こる確率 $P(A_1)$ を求めよ.
- (4) A_1, A_2 の余事象 $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ について, 確率 $P(\overline{A_1} \cap \overline{A_2})$ を求めよ.
- (5) 事象 A_1, A_2, A_3, A_4 および記号 $, \cap, \cup$ を使って, 事象 B を表現せよ.
- (6) 「和事象の確率は, 常に個々の事象の確率の和以下である」ことを用いて,
 $P(B) \geq \frac{5}{9}$ であることを示せ.