

1 $A = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ とする．つぎの各問に答えよ．

(1) $A \begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix}$ が成り立つような実数 k の値を 2 つ求めよ．ただし， $\begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ とする．

(2) (1) で求めた k の値を k_1, k_2 ($k_1 < k_2$) とし， $B = \begin{pmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix}$ とする．このとき， $A = P^{-1}BP$ を満たし，かつ， $P'P = E$ となる

$$P = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad (a > 0, c > 0)$$

を求めよ．ただし， $P = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に対して $P' = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$ であり， $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ である．以下では，(2) で求めた P を用いる．

(3) 実数 x, y に対して， x', y' を $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ で定める．点 (x, y) が円 $x^2 + (y - 1)^2 = 1$ の上を動くとき，点 (x', y') の軌跡を図示せよ．

(4) すべての実数 x, y に対して $P^n \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ となる最小の自然数 n を求めよ．