

5 (b) $1 \leq x, 1 \leq y$ のとき

$\sqrt{\log_{10} x} \sqrt{\log_{10} y} \leq \log_{10} \sqrt{xy} \leq \log_{10}(x+y) - \log_{10} 2$ であることを証明せよ．

さらに $1 \leq x, 1 \leq y, x+y \leq 20$ のとき $\left(\log_{10} xy + \log_{10} \frac{x}{y} \right) \left(\log_{10} xy - \log_{10} \frac{x}{y} \right)$
の最大値を求めよ．