

2 $n = 0, 1, 2, \dots$ に対して, 複素数 z_n から新しい複素数 z_{n+1} をつぎのように定義する.

$$z_{n+1} = (\cos \alpha + i \sin \alpha)(z_n + E\overline{z_n})$$

ここで, \overline{z} は複素数 z に共役な複素数を表し, 実数 E, α はそれぞれ $E > 1$, $0 < \alpha < \pi$ とする.

複素数 z_0 の絶対値が 1 であるとして, つぎの問に答えよ.

- (1) z_1 が z_0 の実数倍になるような z_0 が存在することを示せ.
- (2) (1) の条件を満たすどの z_0 に対しても, $\lim_{n \rightarrow \infty} |z_n| = 0$ となる E の範囲を α で表せ.