

3 $x^2 + y^2 = a^2$ で表される図形の $y \leq 0$ の部分を y 軸のまわりに 1 回転してできる容器 A と, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ で表される図形の $y \leq 0$ の部分を y 軸のまわりに 1 回転してできる容器 B がある. いずれの容器にも水がいっぱいに満たされているとする. これらの容器をそれぞれゆっくりと傾けて水を出すとき, つぎの各問に答えよ. ただし, $a, b > 0$ とする.

- (1) 容器 A を角度 θ ラジアン $\left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$ だけ傾けたときの水面の面積 $S_A(\theta)$ を求めよ.
- (2) 容器 A を傾け始めてから傾きが θ ラジアンになるまでに流れ出る水量 $W_A(\theta)$ を求めよ.
- (3) 容器 B を傾け始めてから傾きが ϕ ラジアンになるまでに流れ出る水量を $W_B(\phi)$ とする. このとき, 比

$$r = \frac{W_B\left(\frac{\pi}{2}\right)}{W_A\left(\frac{\pi}{2}\right)}$$

を求めよ.

- (4) $W_B(\phi) = rW_A(\theta)$ となるとき, $\tan \theta$ を ϕ の関数として求めよ.