

2 θ を実数とし, 行列 $P(\theta)$, J , E を以下で定める.

$$P(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$Q = P(\frac{2\pi}{3})$ とおく. n, k を自然数とする. n 個の Q と k 個の J からなる順列

$$A_1, A_2, \dots, A_{n+k}$$

で行列の積 $A_1 A_2 \cdots A_{n+k}$ が E と等しいものの個数を $N(n, k)$ とする.

(1) $JP(\theta) = P(-\theta)J$ を示せ.

(2) $N(200, 2)$ を求めよ.

(3) $N(10, 4)$ を求めよ.