

4 各自然数 n に対して曲線 $y = e^{nx} - 1$ と円 $x^2 + y^2 = 1$ の第 1 象限における交点の座標を (p_n, q_n) とする .

(1) $x \geq 0$ のとき不等式 $e^{nx} - 1 \geq nx$ が成り立つことを証明せよ .

(2) (1) の結果を用いて $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n = 0$ を証明せよ .

(3) (2) の結果を用いて $\lim_{n \rightarrow \infty} q_n$ および $\lim_{n \rightarrow \infty} np_n$ を求めよ .

(4) 4 点 $(0, 0)$, $(p_n, 0)$, $(0, q_n)$, (p_n, q_n) を頂点とする長方形の面積を S_n で表し ,
また曲線 $y = e^{nx} - 1$, x 軸 , 直線 $x = p_n$ で囲まれた図形の面積を T_n で表すこと
にする . このとき , $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{S_n}$ を求めよ .