

1  $\triangle ABC$  において, 3 辺の長さを  $AB = c$ ,  $BC = a$ ,  $CA = b$  とする.

辺  $AB$  を  $n$  等分した点を,  $A$  に近い方から順に  $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}$  とし,  $P_n$  を  $B$  とする. 同様に, 辺  $BC$ ,  $CA$  を  $n$  等分した点をそれぞれ,  $B$  に近い方から順に

$Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-1}$ , および  $C$  に近い方から順に  $R_1, R_2, \dots, R_{n-1}$  とし,  $Q_n$  を  $C$ ,  $R_n$  を  $A$  とする.

(1)  $k = 1, 2, \dots, n$  について  $|\overrightarrow{P_k Q_k}|^2$  を  $n, k$  と  $a, c$  および内積  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$  を用いて表せ.

(2)  $|\overrightarrow{P_k Q_k}|^2 + |\overrightarrow{Q_k R_k}|^2 + |\overrightarrow{R_k P_k}|^2$  を  $n, k$  と  $a, b, c$  で表せ.

(3) 極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (|\overrightarrow{P_k Q_k}|^2 + |\overrightarrow{Q_k R_k}|^2 + |\overrightarrow{R_k P_k}|^2)$  を  $a, b, c$  で表せ.