

2 p, q は正の整数とし, 2 次方程式 $x^2 - px - q = 0$ の 2 つの実数解を α, β とする.

$A_n = \alpha^n + \beta^n$ とおくと, すべての正の整数 n について次のことが成り立つことを示せ.

(1) A_n は整数である.

(2) $A_{3n} - A_n^3$ は 3 で割り切れる.