

3 2つの曲線

$$C_1 : y = f(x) \quad (x > 0), \quad C_2 : y = g(x) \quad (x > 0)$$

は、次の3条件(イ),(ロ),(ハ)を満たすものとする。

(イ) $x > 0$ において $f(x)$, $g(x)$ は正の値をとる。

(ロ) 曲線 C_1 上の点 P における C_1 の接線と y 軸との交点を Q とするとき、線分 PQ の中点はつねに曲線 C_2 の上にある。

(ハ) 曲線 C_1 は点 $(1, 2)$ を通る。

t を正の数とする。曲線 C_1 , x 軸, 直線 $x = t$ および直線 $x = 1$ で囲まれる部分の面積を S_1 とし, 曲線 C_2 , x 軸, 直線 $x = \frac{t}{2}$ および直線 $x = \frac{1}{2}$ で囲まれる部分の面積を S_2 とする。このとき, どのような正の数 t に対しても, つねに $S_1 = S_2$ が成り立つという。

関数 $f(x)$ ($x > 0$) を求めよ。