

3 $\vec{x}_1 = (1, 0)$, $\vec{x}_2 = \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\vec{x}_3 = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\vec{0} = (0, 0)$ とおく.

3 つのベクトル $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3$ の中から等確率 $\frac{1}{3}$ で 1 つのベクトルを取り出す試行を n 回繰り返す. ただし, 各試行は互いに無関係に行われるものとする. このとき, ベクトル $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3$ が取り出された回数をそれぞれ n_1, n_2, n_3 とする ($n_1 + n_2 + n_3 = n$).

次の問に答えよ.

(1) a, b, c を実数とする. このとき, $a\vec{x}_1 + b\vec{x}_2 + c\vec{x}_3 = \vec{0}$ となるための必要十分条件は $a = b = c$ であることを示せ.

(2) $n = 3m$ のとき, $n_1\vec{x}_1 + n_2\vec{x}_2 + n_3\vec{x}_3 = \vec{0}$ となる確率を P_m とする.

(イ) P_1 を求めよ.

(ロ) 一般に, 自然数 m に対して, P_m を求めよ.

(3) $m > 1$ に対して, $P_m < \frac{m}{m+1}P_{m-1}$ であることを示せ. さらに, $\lim_{m \rightarrow \infty} P_m = 0$ であることを示せ.