

4 媒介変数  $t$  ( $t > 0$ ) を用いて,  $x = f(t)$ ,  $y = g(t)$  と表される曲線を  $C$  とする. ここで,  $f(t) = a \frac{t - t^{-1}}{2}$ ,  $g(t) = b \frac{t + t^{-1}}{2}$ . ただし,  $a, b$  は正の定数である.

(1) 次の等式が成り立つことを示せ.

$$\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{b^2 f(t)}{a^2 g(t)}$$

(2) 点  $P(u, v)$  を通る  $C$  の接線が 2 本引ける  $P(u, v)$  の領域を図示せよ.

(3) 点  $P(u, v)$  を通る 2 本の接線が直交する場合を考える. このような  $P(u, v)$  が存在するための  $a, b$  の条件, およびそのときの  $P(u, v)$  の軌跡を図示せよ.