

4 (b) 複素数平面上の原点を中心とする半径 1 の円 C 上に相異なる 3 点 z_1, z_2, z_3 をとる．次の問いに答えよ．

- (1) $w_1 = z_1 + z_2 + z_3$ とおく．点 w_1 は 3 点 z_1, z_2, z_3 を頂点とする三角形の垂心になることを示せ．ここで，三角形の垂心とは，各頂点から対辺またはその延長線上に下ろした 3 本の垂線の交点のことであり，これらの 3 本の垂線は 1 点で交わることが知られている．
- (2) $w_2 = -\overline{z_1}z_2z_3$ とおく． $w_2 \neq z_1$ のとき，2 点 z_2, z_3 を通る直線上に点 z_1 から下ろした垂線またはその延長線が円 C と交わる点は w_2 であることを示せ．ここで $\overline{z_1}$ は z_1 に共役な複素数である．
- (3) 2 点 z_2, z_3 を通る直線とこの直線上に点 z_1 から下ろした垂線との交点は，点 w_1 と点 w_2 を結ぶ線分の中点であることを示せ．ただし， $w_1 = w_2$ のときは， w_1 と w_2 の中点は w_1 と解釈する．