

3 (a) a, b, c を実数とし, $a > 0$ とする. $f(x) = ax^2 + bx + c$ とおく. 実数 p に対し, x の関数 $px - f(x)$ の最大値を $g(p)$ とおく.

(1) 2 つの関数 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ が一致するとき, $f(x)$ を求めよ.

(2) 実数 x に対し, p の関数 $xp - g(p)$ の最大値を $h(x)$ とおく. $h(x)$ を求めよ.

(3) 直線 $y = px + q$ が点 $(t, f(t))$ で $y = f(x)$ のグラフに接するための必要十分条件は

$$g(p) = pt - f(t) \quad \text{かつ} \quad q = -g(p)$$

であることを示せ.