京大理系　1974前期　①

$\sin^2\gamma+\cos^2\gamma=1$ より

$(-\sin\alpha-\sin\beta)^2+(-\cos\alpha-\cos\beta)^2=1$

$\cancel{\sin^2\alpha}+2\sin\alpha\sin\beta+\sin^2\beta+\cancel{\cos^2\alpha}+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta=\cancel{1}$

$2\cos(\beta-\alpha)=-1$, $\cos(\beta-\alpha)=-\frac{1}{2}$, $0<\beta-\alpha<2\pi$ より　$\beta-\alpha=\frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi$ —①

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ より

$(-\sin\beta-\sin\gamma)^2+(-\cos\beta-\cos\gamma)^2=1$.

$\cancel{\sin^2\beta}+2\sin\beta\sin\gamma+\sin^2\gamma+\cancel{\cos^2\beta}+2\cos\beta\cos\gamma+\cos^2\gamma=\cancel{1}$

$2\cos(\gamma-\beta)=-1$. $\cos(\gamma-\beta)=-\frac{1}{2}$, $0<\gamma-\beta<2\pi$ より　$\gamma-\beta=\frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi$ —②

①より $\beta-\alpha=\frac{4}{3}\pi$ とすると

②より $\gamma-\beta=\frac{2}{3}\pi$ のとき、$\gamma=\beta+\frac{2}{3}\pi=\alpha+2\pi$ より　$\gamma>2\pi$ となり不適

$\gamma-\beta=\frac{4}{3}\pi$ のとき、$\gamma=\beta+\frac{4}{3}\pi=\alpha+\frac{8}{3}\pi$ より　$\gamma>2\pi$ となり不適

よって $\beta-\alpha=\frac{2}{3}\pi$

②より $\gamma-\beta=\frac{4}{3}\pi$ のとき $\gamma=\beta+\frac{4}{3}\pi=\alpha+2\pi$ より　$\gamma>2\pi$ となり不適

よって $\gamma-\beta=\frac{2}{3}\pi$