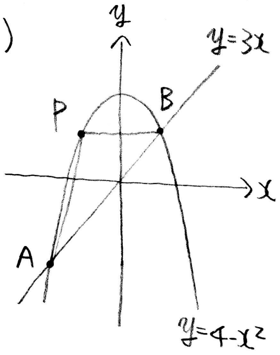
京大理系 1978前期 ③

(i)



ΔPABの面積が最大となるとき
放物線のPにおける接線の傾きが3となるから
$-2p=3$. $p=-\frac{3}{2}$

(ii) 直線の方程式は $y=3x+k$

$3x+k=4-x^2$. $x^2+3x+k-4=0$. $x=\frac{-3\pm\sqrt{9-4k+16}}{2}=\frac{-3\pm\sqrt{25-4k}}{2}$ より

C.Dのx座標は $-\frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{25-4k}}{2}$ であるから、題意は示された.

(iii) $4-x^2=3x$. $x^2+3x-4=0$. $(x+4)(x-1)=0$. $x=-4, 1$ より A.Bのx座標は $-4, 1$

$\int_{-4}^{-\frac{3}{2}}(-x^2-3x+4)dx=\left[-\frac{x^3}{3}-3\frac{x^2}{2}+4x\right]_{-4}^{-\frac{3}{2}}=\frac{1}{\cancel{3}}\frac{\cancel{27}^{9}}{8}-\frac{3}{2}\frac{9}{4}-\cancel{4}^{2}\frac{3}{2}-\frac{1}{3}64+\frac{3}{2}\cancel{16}^{8}+16$

$=-\frac{\cancel{18}^{9}}{\cancel{8}}-\frac{64}{3}+34=\frac{-27-256+408}{12}=\frac{125}{12}$ —①

$\int_{-\frac{3}{2}}^{1}(-x^2-3x+4)dx=\left[-\frac{x^3}{3}-3\frac{x^2}{2}+4x\right]_{-\frac{3}{2}}^{1}=-\frac{1}{3}-\frac{3}{2}+4-\frac{1}{\cancel{3}}\frac{\cancel{27}^{9}}{8}+\frac{3}{2}\frac{9}{4}+\cancel{4}^{2}\frac{3}{\cancel{2}}$

$=-\frac{1}{3}-\frac{3}{2}+10+\frac{\cancel{18}^{9}}{\cancel{8}^{4}}=\frac{-4-18+120+27}{12}=\frac{125}{12}$ —②

①②より題意は示された.

$\begin{array}{r} 34 \\ \times 12 \\ \hline 68 \\ 34 \\ \hline 408 \end{array}$

$\begin{array}{r} 408 \\ -283 \\ \hline 125 \end{array}$

$\begin{array}{r} 147 \\ -22 \\ \hline 125 \end{array}$