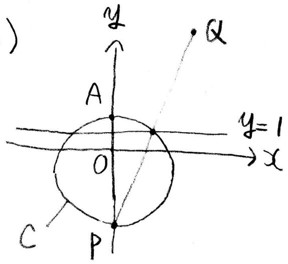
京大理系 1991前期 ①

(1)



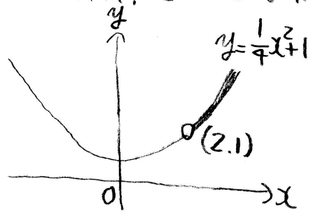
Cの中心は $\left(0, \frac{-p+2}{2}\right)$, 半径は $\frac{p+2}{2}$, 方程式は $x^2+\left(y-\frac{-p+2}{2}\right)^2=\left(\frac{p+2}{2}\right)^2$

Cと$y=1$の交点は $x^2+(1+\frac{p}{2}-1)^2=\frac{1}{4}p^2+p+1$, $x=\pm\sqrt{p+1}$ より $(\pm\sqrt{p+1}, 1)$

$s\geqq 0$ より $\overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{OP}+2(\sqrt{p+1}, p+1)=(2\sqrt{p+1}, p+2)$

よって $s=2\sqrt{p+1}$, $t=p+2$

(2) $s=2\sqrt{p+1}$, $t=p+2$ より $s^2=4(t-2+1)$, $t=\frac{1}{4}s^2+1$



よってQは左図の太線部

直線PQの方程式は $y=\frac{2p+2}{2\sqrt{p+1}}x-p$, $y=\sqrt{p+1}x-p$ ―①

$y=\frac{1}{4}x^2+1$ の $x=2\sqrt{p+1}$ における接線の方程式は

$y-(p+2)=\frac{1}{\cancel{2}}\cancel{2}\sqrt{p+1}(x-2\sqrt{p+1})$, $y=\sqrt{p+1}x-2p-\cancel{2}+p+\cancel{2}$, $y=\sqrt{p+1}x-p$ ―②

①②より題意は示された