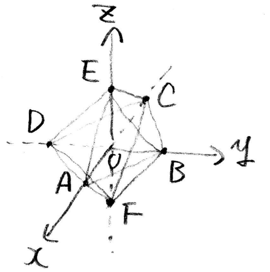
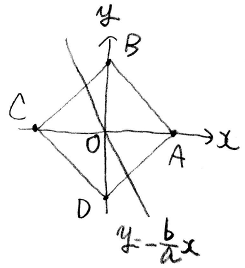
京大理系 1992前期 ①





平面と xy平面の交わりは直線 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=0$. $y=-\frac{b}{a}x$ —①

BCの方程式は $y=x+1$ $(-1\leqq x\leqq 0)$

①とBCの交点は $-\frac{b}{a}x=x+1$, $\frac{a+b}{a}x=-1$ $x=-\frac{a}{a+b}$ $y=\frac{b}{a+b}$ より

$\left(-\frac{a}{a+b}, \frac{b}{a+b}, 0\right)$

①とADの交点は対称性より $\left(\frac{a}{a+b}, -\frac{b}{a+b}, 0\right)$

EAの方程式は $(0, 0, 1)+t(1, 0, -1)=(t, 0, -t+1)$ $(0\leqq t\leqq 1)$

$\frac{t}{a}+\frac{-t+1}{c}=0$ $\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{c}\right)t=-\frac{1}{c}$ $\frac{-a+c}{a\cancel{c}}t=-\frac{1}{\cancel{c}}$, $t=\frac{a}{a-c}$ $t>1$ または $t<0$ より EAと平面は交点を持たない.

EBの方程式は $(0, 0, 1)+t(0, 1, -1)=(0, t, -t+1)$ $(0\leqq t\leqq 1)$

$\frac{t}{b}+\frac{-t+1}{c}=0$ $\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right)t=-\frac{1}{c}$ $\frac{-b+c}{b\cancel{c}}t=-\frac{1}{\cancel{c}}$ $t=\frac{b}{b-c}$ $t>1$ または $t<0$ より EBと平面は交点を持たない.

ECの方程式は $(0, 0, 1)+t(-1, 0, -1)=(-t, 0, -t+1)$ $(0\leqq t\leqq 1)$

$\frac{-t}{a}+\frac{-t+1}{c}=0$ $\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{c}\right)t=\frac{1}{c}$ $\frac{a+c}{a\cancel{c}}t=\frac{1}{\cancel{c}}$ $t=\frac{a}{a+c}$ より ECと平面の交点は $\left(-\frac{a}{a+c}, 0, \frac{\cancel{-a+a}+c}{a+c}\right)=\left(-\frac{a}{a+c}, 0, \frac{c}{a+c}\right)$

EDの方程式は $(0, 0, 1)+t(0, -1, -1)=(0, -t, -t+1)$ $(0\leqq t\leqq 1)$

$\frac{-t}{b}+\frac{-t+1}{c}=0$, $\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)t=\frac{1}{c}$, $\frac{b+c}{b\cancel{c}}t=\frac{1}{\cancel{c}}$, $t=\frac{b}{b+c}$ より EDと平面の交点は $\left(0, -\frac{b}{b+c}, \frac{\cancel{-b+b}+c}{b+c}\right)=\left(0, -\frac{b}{b+c}, \frac{c}{b+c}\right)$

FAの方程式は $(0, 0, -1)+t(1, 0, 1)=(t, 0, t-1)$ $(0\leqq t\leqq 1)$

$\frac{t}{a}+\frac{t-1}{c}=0$, $\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{c}\right)t=\frac{1}{c}$, $\frac{a+c}{a\cancel{c}}t=\frac{1}{\cancel{c}}$ $t=\frac{a}{a+c}$ より FAと平面の交点は $\left(\frac{a}{a+c}, 0, \frac{\cancel{a-a}-c}{a+c}\right)=\left(\frac{a}{a+c}, 0, -\frac{c}{a+c}\right)$

FBの方程式は $(0, 0, -1)+t(0, 1, 1)=(0, t, t-1)$ $(0\leqq t\leqq 1)$

$\frac{t}{b}+\frac{t-1}{c}=0$, $\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)t=\frac{1}{c}$, $\frac{b+c}{b\cancel{c}}t=\frac{1}{\cancel{c}}$ $t=\frac{b}{b+c}$ より FBと平面の交点は $\left(0, \frac{b}{b+c}, \frac{\cancel{b-b}-c}{b+c}\right)=\left(0, \frac{b}{b+c}, -\frac{c}{b+c}\right)$

FCの方程式は $(0, 0, -1)+t(-1, 0, 1)=(-t, 0, t-1)$ $(0\leqq t\leqq 1)$

$\frac{-t}{a}+\frac{t-1}{c}=0$. $\left(-\frac{1}{a}+\frac{1}{c}\right)t=\frac{1}{c}$, $\frac{a-c}{a\cancel{c}}t=\frac{1}{\cancel{c}}$, $t=\frac{a}{a-c}$, $t>1$ または $t<0$ より FCと平面は交点を持たない.

FDの方程式は $(0, 0, -1)+t(0, -1, 1)=(0, -t, t-1)$ $(0\leqq t\leqq 1)$

$\frac{-t}{b}+\frac{t-1}{c}=0$ $\left(-\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)t=\frac{1}{c}$, $\frac{b-c}{b\cancel{c}}t=\frac{1}{\cancel{c}}$ $t=\frac{b}{b-c}$ $t>1$ または $t<0$ より FDと平面は交点を持たない.

以上より $\left(\frac{a}{a+b}, -\frac{b}{a+b}, 0\right)$, $\left(-\frac{a}{a+b}, \frac{b}{a+b}, 0\right)$, $\left(\frac{a}{a+c}, 0, -\frac{c}{a+c}\right)$, $\left(-\frac{a}{a+c}, 0, \frac{c}{a+c}\right)$

$\left(0, \frac{b}{b+c}, -\frac{c}{b+c}\right)$, $\left(0, -\frac{b}{b+c}, \frac{c}{b+c}\right)$