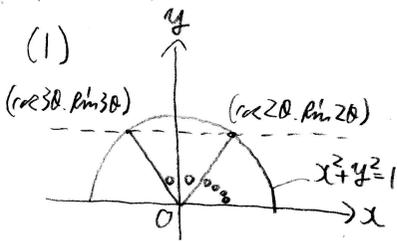


(1)



左図のよてあはれよいから

$$\frac{5}{2}\theta = \frac{\pi}{2} \quad \theta = \frac{\pi}{5}$$

(2) $\sin 3\theta = \sin(2\theta + \theta) = \sin 2\theta \cos \theta + \cos 2\theta \sin \theta = 2\sin \theta \cos \theta \cos \theta + (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \sin \theta$
 $= 2\sin \theta (1 - \sin^2 \theta) + (1 - 2\sin^2 \theta) \sin \theta = -4\sin^3 \theta + 3\sin \theta$

よて $-4\sin^3 \theta + 3\sin \theta = 2m \sin \theta \cos \theta + n \sin \theta$

$-4(1 - \cos^2 \theta) + 3 = 2m \cos \theta + n$

$4\cos^2 \theta - 2m \cos \theta - n - 1 = 0$ ① とする

よて $0 < \cos \theta < 1$ の範囲に解を持つよいから

$\cos \theta = 0$ のとき $-n - 1 < 0$ とあはれよ

$\cos \theta = 1$ のとき $4 - 2m - n - 1 = 3 - 2m - n > 0$ とあはれよ

よて $(m, n) = (0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0)$

$(m, n) = (0, 0)$ のとき ①は $4\cos^2 \theta - 1 = 0, \cos^2 \theta = \frac{1}{4}, \cos \theta > 0 \neq 1, \cos \theta = \frac{1}{2}$ とあはれよ $\theta = \frac{\pi}{3}$

$(m, n) = (0, 1)$ のとき ①は $4\cos^2 \theta - 2 = 0, \cos^2 \theta = \frac{1}{2}, \cos \theta > 0 \neq 1, \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ とあはれよ $\theta = \frac{\pi}{4}$

$(m, n) = (0, 2)$ のとき ①は $4\cos^2 \theta - 3 = 0, \cos^2 \theta = \frac{3}{4}, \cos \theta > 0 \neq 1, \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ とあはれよ $\theta = \frac{\pi}{6}$

$(m, n) = (1, 0)$ のとき ①は $4\cos^2 \theta - 2\cos \theta - 1 = 0$ とあはれよ

よて $\sin 3\theta = \sin 2\theta$ のとき $-4\sin^3 \theta + 3\sin \theta = 2\sin \theta \cos \theta$

$-4(1 - \cos^2 \theta) + 3 = 2\cos \theta, 4\cos^2 \theta - 2\cos \theta - 1 = 0$

よて $\theta = \frac{\pi}{5}$