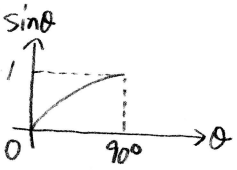
京大文系 2004前期 ①

$f(\theta)=\cos^2 2\theta-\sin^2 2\theta-4\sin^2\theta=(\cos^2\theta-\sin^2\theta)^2-(2\sin\theta\cos\theta)^2-4\sin^2\theta$

$=(1-2\sin^2\theta)^2-4\sin^2\theta(1-\sin^2\theta)-4\sin^2\theta=1-4\sin^2\theta+4\sin^4\theta-4\sin^2\theta+4\sin^4\theta-4\sin^2\theta$

$=8\sin^4\theta-12\sin^2\theta+1=8\left(\sin^4\theta-\frac{3}{2}\sin^2\theta+\frac{9}{16}\right)-\frac{9}{2}+1=8\left(\sin^2\theta-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{7}{2}$



よって $f(\theta)$ は $\sin^2\theta=\frac{3}{4}$, $\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\theta=60°$ のとき 最小値 $-\frac{7}{2}$

$\sin^2\theta=0$, $\sin\theta=0$, $\theta=0°$ のとき 最大値 1 をとる.