京大文系 2004前期 ④

a, b を実数として $\alpha = a+bi$, $\beta = a-bi$ とおける

$\left(\dfrac{a+a+c^2}{3}, \dfrac{b-b}{3}\right) = (0, 0)$ より $a = -\dfrac{1}{2}c^2$

$x^2+(3-2c)x+c^2+5 = \left(x+\dfrac{1}{2}c^2-bi\right)\left(x+\dfrac{1}{2}c^2+bi\right) = x^2+c^2x+\dfrac{1}{4}c^4+b^2$

$3-2c=c^2$ より $c^2+2c-3=0$. $(c+3)(c-1)=0$. $c=-3, 1$

(1) $c=-3$ のとき $14=\dfrac{81}{4}+b^2$, これを満たす b は存在しないから不適

(2) $c=1$ のとき $6=\dfrac{1}{4}+b^2$. $b^2=\dfrac{23}{4}$. $b=\pm\dfrac{\sqrt{23}}{2}$

以上より $c=1$