

京大理系 2004前期A (1)

$$\begin{aligned} \cos 4\theta &= \cos^2 2\theta - \sin^2 2\theta = (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)^2 - (2\sin \theta \cos \theta)^2 = (1 - 2\sin^2 \theta)^2 - 4\sin^2 \theta (1 - \sin^2 \theta) \\ &= 1 - 4\sin^2 \theta + 4\sin^4 \theta - 4\sin^2 \theta + 4\sin^4 \theta = 8\sin^4 \theta - 8\sin^2 \theta + 1 \neq 1. \end{aligned}$$

$$f(\theta) = 8\sin^4 \theta - 12\sin^2 \theta + 1.$$

$$0 \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4} \text{ のとき } 0 \leq \sin^2 \theta \leq 1.$$

$$g(x) = 8x^2 - 12x + 1 \quad (0 \leq x \leq 1) \text{ とおく.}$$

$$g(x) = 8\left(x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{8}\right) - \frac{7}{2} + 1 = 8\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{7}{2} \neq 1.$$

$g(x)$ は、 $x=0$ のとき最大値 1 、 $x=\frac{3}{4}$ のとき最小値 $-\frac{7}{2}$ をとる.

よって、 $f(\theta)$ の最大値は 1 、最小値は $-\frac{7}{2}$