



$n$ は十分大きいとしてよい。

(\*)を満たす $n$ 個の正方形からなる領域を $D_n$ とすると、 $D_n$ の面積は $N(n)$

半径 $n-10$ の円は明らかに $D_n$ に含まれるから  $\pi(n-10)^2 < N(n)$  — (1)

半径 $n+10$ の円は明らかに $D_n$ を含むから  $N(n) < \pi(n+10)^2$  — (2)

$$(1)(2)より \pi\left(1 - \frac{20}{n} + \frac{100}{n^2}\right) < \frac{N(n)}{n^2} < \pi\left(1 + \frac{20}{n} + \frac{100}{n^2}\right) \quad (3)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \pi\left(1 - \frac{20}{n} + \frac{100}{n^2}\right) = \pi \quad (4) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \pi\left(1 + \frac{20}{n} + \frac{100}{n^2}\right) = \pi \quad (5)$$

$$(3)(4)(5)より、はさみうちの原理より \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N(n)}{n^2} = \pi$$