

(i) $Q(x) = (ax+b)^2$ と書けるとき.

このとき $Q(x) = 0$ は重解を持つ.

$\{P(x)\}^2$ は $Q(x)$ で割り切れるから, $f(x)$ をある整式として.

$\{P(x)\}^2 = \{f(x)\}^2 (ax+b)^2$, $P(x) = f(x)(ax+b)$ と書ける.

このとき, $g(x)$ をある整式として, $f(x) = g(x)(ax+b)$ と書けないならば, $P(x)$ は $Q(x)$ で割り切れない.

(ii) $Q(x) = (ax^2+bx+c)^2$ と書けないとき.

このとき $Q(x) = 0$ は重解を持たない.

$Q(x) = ax^2+bx+c$ と書く.

$\{P(x)\}^2$ は $Q(x)$ で割り切れるから, $f(x)$ をある整式として.

$\{P(x)\}^2 = \{f(x)\}^2 (ax^2+bx+c)(ax^2+bx+c)$, $P(x) = f(x)(ax^2+bx+c)$ と書ける.

このとき $P(x)$ は $Q(x)$ で割り切れる.

(i)(ii)より題意は示された.