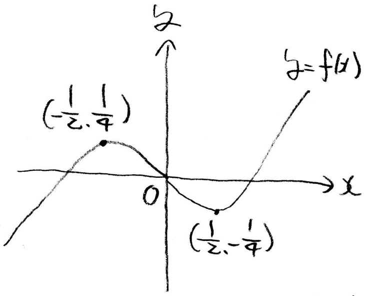
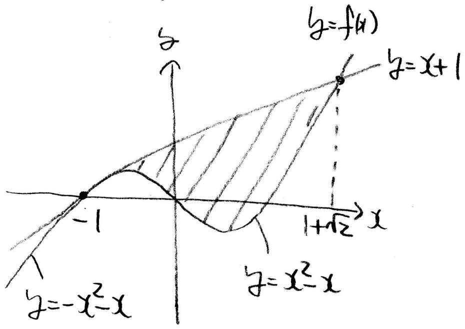
京大理系　2006前期　③



$y=f(x)$ の $x\leqq 0$ の部分は $y=k(x+\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}$ と書ける.

これが原点を通るから $0=\frac{1}{4}k+\frac{1}{4}$. $k=-1$.

よって $f(x)=\begin{cases} -(x+\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}=-x^2-x & (x\leqq 0) \\ (x-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}=x^2-x & (x>0) \end{cases}$



$x=-1$ における接線の方程式は.

$y=(2-1)(x+1)$, $y=x+1$

これと $y=x^2-x$ の交点の x 座標は

$x+1=x^2-x$. $x^2-2x-1=0$. $x=1\pm\sqrt{1+1}=1\pm\sqrt{2}$ より $1\pm\sqrt{2}$

求める面積は $\int_{-1}^{0}(x+1+x^2+x)dx+\int_{0}^{1+\sqrt{2}}(x+1-x^2+x)dx$

$=\left[\frac{x^3}{3}+\cancel{2}\frac{x^2}{\cancel{2}}+x\right]_{-1}^{0}+\left[-\frac{x^3}{3}+\cancel{2}\frac{x^2}{\cancel{2}}+x\right]_{0}^{1+\sqrt{2}}=-\left(-\frac{1}{3}+\cancel{1}-\cancel{1}\right)-\frac{1}{3}(1+3\sqrt{2}+6+2\sqrt{2})+1+2\sqrt{2}+2+1+\sqrt{2}$

$=\frac{1}{3}-\frac{5\sqrt{2}}{3}-\frac{7}{3}+4+3\sqrt{2}=\frac{4}{3}\sqrt{2}+2$