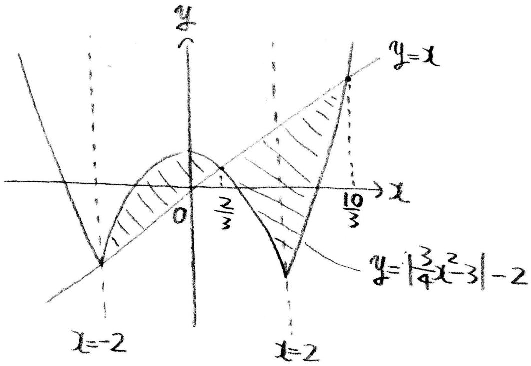
京大理系　2011前期 ③

$\frac{3}{4}x^2-3=0$ のとき $x^2=4$, $x=\pm 2$

$x\leqq -2,\ x\geqq 2$ のとき $\left|\frac{3}{4}x^2-3\right|-2=\frac{3}{4}x^2-5$, $-2\leqq x\leqq 2$ のとき $\left|\frac{3}{4}x^2-3\right|-2=-\frac{3}{4}x^2+1$

$x=\frac{3}{4}x^2-5$ のとき $3x^2-4x-20=0$. $x=\frac{2\pm\sqrt{4+60}}{3}=\frac{2\pm 8}{3}=-2,\ \frac{10}{3}$

$x=-\frac{3}{4}x^2+1$ のとき $3x^2+4x-4=0$. $x=\frac{-2\pm\sqrt{4+12}}{3}=\frac{-2\pm 4}{3}=-2,\ \frac{2}{3}$



上図の斜線部の面積を求めればよい

これをSとすると $S=\int_{-2}^{\frac{2}{3}}\left(-\frac{3}{4}x^2+1-x\right)dx+\int_{\frac{2}{3}}^{2}\left(x+\frac{3}{4}x^2-1\right)dx+\int_{2}^{\frac{10}{3}}\left(x-\frac{3}{4}x^2+5\right)dx$

$=\left[-\frac{\cancel{3}}{4}\frac{x^3}{\cancel{3}}-\frac{x^2}{2}+x\right]_{-2}^{\frac{2}{3}}+\left[\frac{\cancel{3}}{4}\frac{x^3}{\cancel{3}}+\frac{x^2}{2}-x\right]_{\frac{2}{3}}^{2}+\left[-\frac{\cancel{3}}{4}\frac{x^3}{\cancel{3}}+\frac{x^2}{2}+5x\right]_{2}^{\frac{10}{3}}$

$=-\frac{1}{4}\frac{8}{27}-\frac{1}{2}\frac{4}{9}+\frac{2}{3}-\left(\frac{8}{4}-\frac{4}{2}-2\right)+\frac{8}{4}+\frac{4}{2}-2-\left(\frac{1}{4}\frac{8}{27}+\frac{1}{2}\frac{4}{9}-\frac{2}{3}\right)-\frac{1}{4}\frac{1000}{27}+\frac{1}{2}\frac{100}{9}+5\frac{10}{3}-\left(-\frac{8}{4}+\frac{4}{2}+10\right)$

$=-\frac{2}{27}-\frac{2}{9}+\frac{2}{3}+2+2-\frac{2}{27}-\frac{2}{9}+\frac{2}{3}-\frac{250}{27}+\frac{50}{9}+\frac{50}{3}-10$

$=-\frac{254}{27}+\frac{46}{9}+\frac{54}{3}-6=\frac{-254+138+324}{27}=\frac{208}{27}$

27×12: 54, 27, 324

$324+138=462$

$462-254=208$