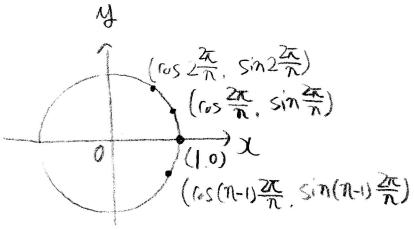
京大理系 2012前期 ⑤，京大文系 2012前期 ④

(p)



xy座標で考える

正n角形の頂点の座標を $(\cos k\frac{2\pi}{n}, \sin k\frac{2\pi}{n})$ $(k=0,1,\cdots,n-1)$ としてよい

3点のうちの1つを(1,0)として，x軸を60°の内角の二等分線としてよい

(1,0)を通りx軸とのなす角が30°の直線の方程式は $y=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}(x-1)$

これらと $x^2+y^2=1$ の交点の座標は

$x^2+\frac{1}{3}(x^2-2x+1)=1$, $\frac{4}{3}x^2-\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}=0$, $4x^2-2x-2=0$, $x=\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{4}=\frac{1\pm3}{4}=-\frac{1}{2}, 1$

$y=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}(-\frac{3}{2})=\mp\frac{\sqrt{3}}{2}$ より $(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$, $(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$

$(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$が正n角形の頂点の1つになるためには $k\frac{2\pi}{n}=\frac{2}{3}\pi$ $k=\frac{n}{3}$ を満たす整数kが存在すればよく

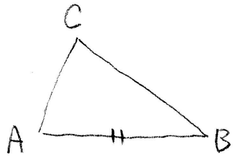
このためにはnが3の倍数であればよい

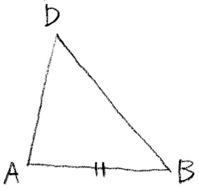
$(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$が正n角形の頂点の1つになるためには $k\frac{2\pi}{n}=\frac{4}{3}\pi$ $k=\frac{2n}{3}$ を満たす整数kが存在すればよく

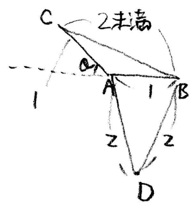
このためにはnが3の倍数であればよい

以上より 正しい

理系の(q)







AB=ACとして左図のようにθをとると

θ→0のとき ∠C→0 であるから

∠Cはいくらでも小さくすることができる

また BC<2

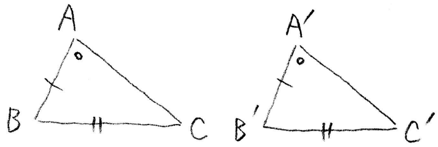
AD=BD=2 とすると ∠Dは一定

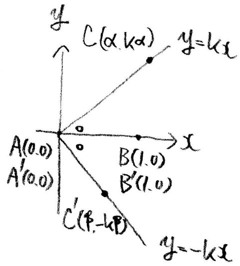
よってθが十分小さいとき

AC<AD かつ BC<BD であるが ∠C<∠D

ゆえに誤り

文系の(q)





xy座標で考える

A,A′の座標を(0,0)，B,B′の座標を(1,0)

Cは直線 $y=kx$ 上，C′は直線 $y=-kx$ 上にある

としてよい

C,C′の座標は $\alpha>0$, $\beta>0$ として $(\alpha,k\alpha)$, $(\beta,-k\beta)$

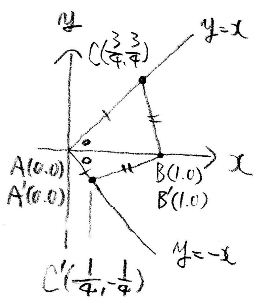
と書けるから BC=B′C′のとき $BC^2=B'C'^2$

$(\alpha-1)^2+k^2\alpha^2=(\beta-1)^2+k^2\beta^2$

$(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)-2(\alpha-\beta)+k^2(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)=0$

$\{\alpha+\beta-2+k^2(\alpha+\beta)\}(\alpha-\beta)=0$

$\alpha=\beta$ または $\alpha+\beta=\frac{2}{k^2+1}$



$k=1$, $\alpha=\frac{3}{4}$, $\beta=\frac{1}{4}$ とすると $\alpha+\beta=\frac{2}{k^2+1}$ であり

このとき AB=A′B′, BC=B′C′, ∠A=∠A′ であるが

△ABCと△A′B′C′は合同でない

ゆえに誤り