

4 平面上で、角 XOY 内に定点 A がある。いま、二点 P, Q が同時に点 O を出発して、同じ一定の速さで、それぞれ半直線 OX, OY 上を進むものとする。出発後、しばらくして、この二点がそれぞれ P_1, Q_1 にあるとき、 $\angle OAP_1 = \angle OAQ_1$ であった。さらに、もっと進んで、二点がそれぞれ P_2, Q_2 にあるときも、 $\angle OAP_2 = \angle OAQ_2$ であった。この場合、点 A は角 XOY の二等分線上にあることを証明せよ。