

4 正の数列  $a_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) が不等式  $a_n^3 + 3a_n^2 - \left(9 + \frac{1}{n}\right)a_n + 5 < 0$  をみたしているとき, 次の (i), (ii) を証明せよ. ただし, (ii) を先に証明してもよい.

(i)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$

(ii)  $(a_n - 1)^2 < \frac{1}{4n}$