4 角 θ の回転を表わす行列を $R(\theta)$ とする．すなわち $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ とする．2 次正方行列 X で，$X^3 = R(\theta)$ をみたすものはどれだけあるかを考えたい．

(i) 行列 X が $X^3 = R(\theta)$ をみたせば，X は逆行列をもち，かつ $R(\theta)X = XR(\theta)$ が成立することを示せ．

(ii) 行列 X が，ある角 α の回転を表わす行列 $R(\alpha)$ と，左上が正、左下が 0 であるような行列 T との積であるとする．すなわち $X = R(\alpha)T$，ただし $T = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$，$a > 0$ とする．

このとき，もし X が $R(\theta)X = XR(\theta)$ をみたし，さらに θ が π の整数倍でなければ，$a = c$，$b = 0$ であることを示せ．

(iii) 一般に，逆行列をもつ任意の行列 X は，ある角 α の回転を表わす行列 $R(\alpha)$ と，左上が正，左下が 0 であるような行列 T との積 $X = R(\alpha)T$ として表わされる．行列に対応する 1 次変換を考えることによって，このことを示せ．

(iv) $X^3 = R(\theta)$ をみたす行列 X は，θ が π の整数倍でなければ，ちょうど 3 個存在し，θ が π の整数倍ならば，無限に多く存在することを示せ．