

3 空間の3点  $A, B, C$  の組で、次の条件をみたすものを考える。

- ①  $A, B, C$  は平面  $x + y + z = 1$  上にある。
- ②  $A$  の座標が  $(l, m, n)$  であれば、 $B, C$  の座標はそれぞれ  $(m, n, l), (n, l, m)$  である。
- ③ ベクトル  $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$  は直交する (ただし、 $O = (0, 0, 0)$ ) 。

このとき、そのような  $A, B, C$  のとりかたに関せず次の三つが成り立つことを示せ。

- (i)  $A, B, C$  は定円上にある。
- (ii) 四面体  $OABC$  の体積は一定である。
- (iii)  $BC, CA, AB, OA, OB, OC$  の中点をそれぞれ  $L, M, N, P, Q, R$  とすれば6点  $L, M, N, P, Q, R$  は定球面上にある。