

4 実数 r ($r > 0$) に対して, 下の方程式①の定める球面と, ②の定める平面の共通部分を D とする.

① $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{3}(r^2 + 2)$

② $x + y + z = r$

(i) 点 P, Q がともに D に属すれば, $|\overrightarrow{PQ}| \leq 2\sqrt{\frac{2}{3}}$ が成立つことを示せ.

(ii) r が自然数のとき, 連立方程式①, ②の整数解を決定せよ.