

4 自然数 n に対して,

$$a_n = \int_0^1 (1+x)^{-n-1} e^{x^2} dx$$

$$b_n = \int_0^1 (1+x)^{-n} x e^{x^2} dx$$

とおく.

(1) $b_n \leq e \cdot \int_0^1 (1+x)^{-n} dx$ が成り立つことを示し, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ を求めよ.

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} n a_n$ を求めよ.