

6  $f, g$  をそれぞれ行列  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  の表す 1 次変換とする．以下では一般に, 1 次変換  $a, b$  の合成  $b \circ a$  を簡単に  $ba$  と記す．また,  $aa$  を  $a^2$ ,  $aaa$  を  $a^3$  と書く．

(1)  $f^2 = g^2 = (gf)^3 = i$  を示せ．ただし,  $i$  は恒等変換, すなわち任意の点をそれ自身に移す変換である．

(2) 変換  $f, gf, fgf, gfgf, fgfgf$  は, 変換  $g, fg, gfg, fgfg, gfgfg$  をある順序に並べ替えたものである．後者の 5 つの変換はそれぞれ前者の 5 つのどれと等しいか．

(3) 3 点  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  を頂点とする三角形を  $\Delta$  とする． $\Delta$  を  $f, g$  で繰り返し変換して得られるすべての三角形の和集合を図示せよ．