

2 a, b, c, d を整数とし, 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ を考え, 自然数 n に対して

$A^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$ とする. このとき,

(1) $c_{n+2} - (a+d)c_{n+1} + (ad-bc)c_n = 0$ を示せ.

(2) p を素数とし, $ad-bc$ は p で割り切れないものとする. ある自然数 k について, c_k と c_{k+1} が p で割り切れるならば, すべての n について c_n は p で割り切れることを示せ.