

2 a, b, c, d を整数とし, 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ を考える. $\begin{pmatrix} a_0 & b_0 \\ c_0 & d_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とし, 自然数 n に対して $A^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$ とする. このとき,

- (1) $n \geq 0$ について, $c_{n+2} - (a+d)c_{n+1} + (ad-bc)c_n = 0$ を示せ.
- (2) p を素数とし, $a+d$ は p で割り切れないものとする. ある自然数 k について, c_k と c_{k+1} が p で割り切れるならば, すべての n について c_n は p で割り切れることを示せ.