

4 x と y の 2 文字からなる文字列 z_n を次の規則 (イ), (ロ) で順次定めていく.

(イ) $z_1 = x$ とおく.

(ロ) z_n の中に現れるすべての x を yx で, すべての y を xx で置き換えてできる文字列を z_{n+1} とする ($n = 1, 2, 3, \dots$).

例えば $z_2 = yx$, $z_3 = xxyx$, $z_4 = yxyxxyx$ である. 2 次の正方行列 A, B に対して, z_n の中の x を A で, y を B で置き換え, 行列の積をつくってできる行列を C_n とする. 例えば $C_1 = A$, $C_2 = BA$, $C_3 = AABA$ (行列の積) である.

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ のとき, $n \geq 3$ ならば $C_n = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ であることを示せ.