

1 自然数 n に対して, x^n を $x^2 + ax + b$ で割った余りを $r_n x + s_n$ とする. 次の2条件 (イ), (ロ) を考える.

(イ) $x^2 + ax + b = (x - \alpha)(x - \beta)$, $\alpha > \beta > 0$ と表せる.

(ロ) すべての自然数 n に対して $r_n < r_{n+1}$ が成り立つ.

(1) (イ), (ロ) がみたされるとき, すべての自然数 n に対して $\beta - 1 < \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^n (\alpha - 1)$ が成り立つことを示せ.

(2) 実数 a, b がどのような範囲にあるとき (イ), (ロ) がみたされるか. 必要十分条件を求め, 点 (a, b) の存在する範囲を図示せよ.