

5 A と B の 2 人が次のようなゲームを行う． n を自然数とし， A はそれぞれ $0, 1, 2, \dots, n$ と書かれた $(n+1)$ 枚の札をもっている． B はそれぞれ $1, 2, \dots, n$ と書かれた n 枚の札をもっているとする．第 1 回目に B が A の持札から 1 枚の札をとり，もし番号が一致する札があればその 2 枚の札をその場に捨てる．番号が一致しない札はそのまま持ち続ける．次に B に持札があれば A が B の持札から 1 枚の札をとり， B と同じことをする．こうして先に札のなくなったほうを勝とする． A が勝つ確率を p_n ， B が勝つ確率を q_n とする．ただし相手の札をとるとき，どの札も等しい確率でとるものとする．

(1) p_1, p_2, q_1, q_2 を求めよ．

(2) $p_n + q_n = 1, (n+2)p_n - np_{n-2} = 1, (n = 3, 4, 5, \dots)$ であることを示せ．

(3) p_n を求めよ．