

4 与えられた自然数 k に対し, 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 0, a_n = \left[\frac{a_{n-1} + k}{3} \right]$ ($n \geq 2$) によって定める. ただし実数 t に対し $[t]$ は t を超えない最大の整数を表す.

- (1) $k = 8$ および $k = 9$ のとき, 数列 $\{a_n\}$ を求めよ.
- (2) すべての自然数 n に対し, 次の 2 つの不等式 $a_n \leq \frac{k-1}{2}, a_n \leq a_{n+1}$ が成り立つことを示せ.
- (3) $a_n = a_{n+1}$ ならば, n 以上のすべての整数 m に対し $a_n = a_m$ であることを示し, このときの a_n の値を求めよ.