

6  $n, k$  は整数で,  $n \geq 2, 0 \leq k \leq 4$  とする. サイコロを  $n$  回投げて出た目の和を 5 で割ったときの余りが  $k$  に等しくなる確率を  $p_n(k)$  とする.

(1)  $p_{n+1}(0), \dots, p_{n+1}(4)$  を  $p_n(0), \dots, p_n(4)$  を用いて表せ.

(2)  $p_n(0), \dots, p_n(4)$  の最大値を  $M_n$ , 最小値を  $m_n$  とするとき次の (イ), (ロ) が成立することを示せ.

(イ)  $m_n \leq \frac{1}{5} \leq M_n$ .

(ロ) 任意の  $k, l$  ( $0 \leq k, l \leq 4$ ) に対し  $p_{n+1}(k) - p_{n+1}(l) \leq \frac{1}{6}(M_n - m_n)$ .

(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n(k)$  を求めよ.