

6 すべての  $x$  に対して  $|f'(x)| < \frac{1}{2}$  なるとき,

(i) 方程式  $f(x) - x = 0$  がただ 1 つの実根をもつことを証明せよ。

(ii) この実根を  $\alpha$  とするとき, 無限数列  $\{a_n\}$  が

$$a_n = f(a_{n-1}) \quad (n = 1, 2, \dots)$$

を満たすならば

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha$$

が成り立つことを証明せよ。