

3 微分可能な関数  $y = f(x)$  が、区間  $0 \leq x \leq 1$  で正の値をとり、次の 2 条件 (i), (ii) を満たすとする。

(i)  $f(0) = 2, f(1) = 1$

(ii)  $0 \leq a < x \leq 1$  である任意の  $a$  と  $x$  に対して、4 点  $A(a, f(a)), B(a, 0), C(x, 0), D(x, f(x))$  を頂点とする四辺形  $ABCD$  の面積と、関数  $y = f(x)$  のグラフと線分  $AB, BC$  および  $CD$  で囲まれる部分の面積との比が、 $a$  と  $x$  によらず一定である。

このような関数  $y = f(x)$  を求めよ。