

# 1 正の整数に関する条件

(\*) 10進法で表したときに、どの位にも数字9が現れない

を考える。以下の問いに答えよ。

(1)  $k$  を正の整数とすると、 $10^{k-1}$  以上かつ  $10^k$  未満であって条件(\*)を満たす正の整数の個数を  $a_k$  とする。このとき、 $a_k$  を  $k$  の式で表せ。

(2) 正の整数  $n$  に対して、

$$b_n = \begin{cases} \frac{1}{n} & (n \text{ が条件 } (*) \text{ を満たすとき}) \\ 0 & (n \text{ が条件 } (*) \text{ を満たさないとき}) \end{cases}$$

とおく。このとき、すべての正の整数  $k$  に対して次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\sum_{n=1}^{10^k-1} b_n < 80$$