

5 xy 平面上の円 $C: x^2 + (y - a)^2 = a^2$ ($a > 0$) を考える．以下の問いに答えよ．

(1) 円 C が $y \geq x^2$ で表される領域に含まれるための a の範囲を求めよ．

(2) 円 C が $y \geq x^2 - x^4$ で表される領域に含まれるための a の範囲を求めよ．

(3) a が (2) の範囲にあるとする． xy 平面において連立不等式

$$|x| \leq \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad 0 \leq y \leq \frac{1}{4}, \quad y \geq x^2 - x^4, \quad x^2 + (y - a)^2 \geq a^2$$

で表される領域 D を, y 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ．